

стесненных условиях. Фактор стесненности оказал решающее влияние на разработку схемы организации работ. Для безопасного ведения работ по реконструкции зданий необходимо использовать систему ограничения зон работы башенного крана [5]. Система обеспечивает работоспособность крана в любых стесненных условиях при реконструкции жилых зданий. Она ограничивает зону перемещения крана, стрелы и груза в вертикальной и горизонтальной проекциях в заданных пределах. Применение башенных кранов при отселении жильцов реконструируемого здания на весь период реконструкции позволяет ускорить процессы монтажа и демонтажа конструкций, сократить сроки реконструкции объектов, и повысить культуру производства и условия труда. Эти положительные особенности компенсируют некоторое повышение трудоемкости и продолжительности монтажа, демонтажа, перебазирование грузоподъемного механизма.

Предложенные методы реконструкции жилого фонда помогут сохранить архитектурное наследие для последующих поколений, а также улучшить условия проживания в историческом центре города.

1. Заявка на изобретение №2003122794/03, РФ; Оpubл. 10.02.2005, Бюл. №4.

2. Шутенко Л.Н. Технологические основы формирования и оптимизации жизненного цикла городского жилого фонда. – Харьков: Майдан, 2002. – 1051 с.

3. Патент РФ № 2256046; Оpubл. 10.07.2005, Бюл. №19.

4. Патент РФ № 3136413; Оpubл. 20.05.2005, Бюл. №14.

5. Алексеев В.А., Гутарев Ю.А., Зеленев И.Б., Колосков В.Н., Костров Н.В., Костров В.И. Система ограничений зон работы башенного крана // Промышленное и гражданское строительство. – 2001. – №8. – С.33-34.

Получено 16.05.2006

УДК 691.32 : 539.52

В.П.МИТРОФАНОВ, канд. техн. наук

Полтавский национальный технический университет им. Юрия Кондратюка

ТЕОРИЯ ИДЕАЛЬНОЙ ПЛАСТИЧНОСТИ КАК ЭЛЕМЕНТАРНАЯ МЕХАНИКА ПСЕВДОПЛАСТИЧЕСКОГО ПРЕДЕЛЬНОГО СОСТОЯНИЯ БЕТОНА: ОСНОВЫ, ОГРАНИЧЕНИЯ, ПРАКТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ, СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ

Обосновывается элементарная механика псевдопластического предельного состояния бетона, предназначенная для расчета прочности бетонных и железобетонных конструкций и их элементов при сложных неравномерных напряженно-деформированных состояниях и отличающаяся сравнительной простотой и достаточной точностью.

Введение. Фундаментальная для отрасли железобетонного строительства проблема совершенствования расчета прочности бетонных и

железобетонных конструкций (ЖБК) и их элементов при сложных неоднородных напряженно-деформированных состояниях (НДС), вследствие ее большой сложности, остается актуальной и в настоящее время.

Мировой рынок услуг по расчету ЖБК предлагает несколько программных комплексов, основанных на использовании метода конечных элементов (МКЭ), обладающего наряду с достоинствами существенными недостатками [1-4], проявляющимися особенно при весьма нелинейном поведении конструкций с влиянием определяющей предельную нагрузку нисходящей ветви физических зависимостей. Так, в области нелинейного поведения, получаемые по МКЭ кривые “нагрузка F – характерное перемещение (деформация) u_{ch} ” медленно стабилизируются с уменьшением размеров конечного элемента $l_{кэ}$ и шага нагрузки ΔF , обуславливая существенную изменчивость участка кривых $F-u_{ch}$ вблизи максимума и завышение предельной нагрузки F_u [4]. При этом оптимальные величины $l_{кэ}$ и ΔF не одинаковы в различных задачах и заранее неизвестны, что требует дополнительных вычислений и повышает стоимость расчетов по МКЭ. Существенными недостатками МКЭ являются его сложность и соответствующие высокие трудоемкость и стоимость разработки программ по расчету достаточно широкого круга конструкций и их элементов, которые еще более возрастают в случае проявления нисходящей ветви физических зависимостей. Получивший распространение метод граничных элементов (МГЭ) [2] снижает, но не устраняет полностью недостатки МКЭ. Поэтому актуальной задачей является разработка альтернативного к МКЭ и МГЭ метода расчета прочности бетонных и железобетонных конструкций и их элементов при неоднососных неравномерных НДС, который:

1) обладает значительной общностью, необходимой для решения достаточно разнообразных задач прочности, и приемлемой точностью определения предельной нагрузки;

2) сравнительно простой и доступен широкому кругу проектировщиков и студентов.

Основой для получения указанного метода может служить излагаемая ниже элементарная механика псевдопластического состояния (ЭМПС) бетона, включающая известную модель жестко-идеальнопластического тела, дополненную: 1) условиями (ограничениями) применимости к бетону предпосылки идеальной пластичности; 2) уточненным критерием пластичности (прочности) бетона; 3) вариационным методом расчета предельной нагрузки с использованием разрывных полей скоростей.

В условиях многообразия предложенных к настоящему времени моделей деформирования бетона и методов расчета их уравнений перед заказчиками расчетов ЖБК возникает проблема выбора предпочтительной модели на основе некоторых критериев оценки эффективности моделей. Такие критерии следуют из системного подхода [5], требующего применения разносторонних оценок. Ограничимся здесь лишь перечнем важнейших критериев эффективности моделей (теорий): 1) целевая направленность; 2) общность; 3) полнота; 4) полнота экспериментальной проверки; 5) уровень компромисса между точностью и простотой; 6) удобство использования (физическая ясность и наглядность, простота усвоения проектировщиками и студентами, простота расчета).

Важнейший из указанных выше критерий полноты экспериментальной проверки требует, в частности, сопоставления теоретических величин с опытными по данным испытания конструкций и элементов при разнообразных НДС. При этом конструкции и элементы можно разделить в зависимости от особенностей их НДС на несколько характерных групп с названием, выражающим их специфику (рис.1): 1) сдвиг, 2) смятие-раскалывание, 3) продавливание; 4) выдавливание; 5) анкер; 6) косвенная арматура. Указанные группы элементов как объекты теоретических и экспериментальных исследований в совокупности представляют данные, позволяющие надежно судить о точности рассматриваемой модели.

Основы и ограничения ЭМПС бетона

При разработке конкурентоспособного метода расчета прочности рассматриваемых элементов необходимо стремиться устранить возможные причины неточности расчета предельной нагрузки:

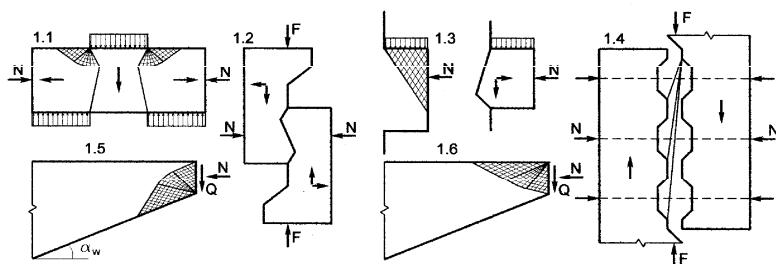
1) вычислительные погрешности, связанные с сущностью используемого метода решения уравнений задачи, либо со спецификой рассматриваемой задачи, в частности, задачи расчета прочности; так, в МКЭ иногда возникает невозможность правильного представления предельной нагрузки [1];

2) неточности учета физических свойств бетона, обусловленные недостаточно высоким уровнем знаний этих свойств, либо неточностью их отображения используемыми математическими моделями вследствие большой сложности свойств.

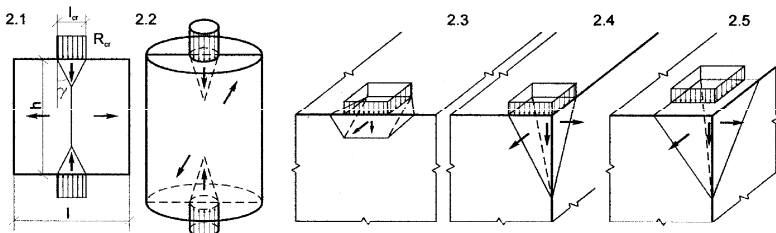
Ограничиваясь рассмотрением только второй группы причин, следует отметить большое значение для совершенствования расчета прочности учета:

1) влияния знака и величины среднего (гидростатического) напряжения σ на характер разрушения;

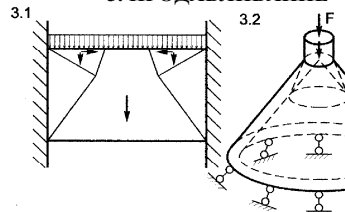
1. СДВИГ



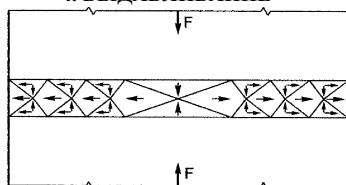
2. СМЯТИЕ-РАСКАЛЫВАНИЕ



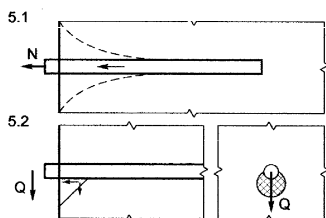
3. ПРОДАВЛИВАНИЕ



4. ВЫДАВЛИВАНИЕ



5. АНКЕР



6. КОСВЕННАЯ АРМАТУРА

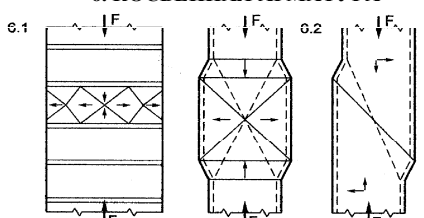


Рис.1 – Характерные группы элементов со схемами разрушения
(стрелки без обозначений показывают скорости соответствующих частей элемента)

2) проявления нисходящей (запредельной) ветви физических зависимостей, обуславливающей специфические свойства псевдопластических (дилатирующих) материалов (бетона, горных пород, чугуна и др.) в стадии разрушения при неравномерных НДС: а) особый характер перераспределения напряжений в зоне разрушения; б) особенный экстремальный критерий прочности (разрушения), определяющий предельные нагрузку F_u и деформацию ε_u .

Количественное влияние среднего напряжения σ известно из исследований условия прочности бетона и горных пород (например, [6, 7]), часто представляемого в виде связи σ с интенсивностью касательных напряжений T , коэффициентом Лоде-Надаи по напряжениям μ_σ (или эквивалентным ему углом вида напряженного состояния ω_σ), характеристиками прочности при осевых сжатии R_b и растяжении R_{bt} и другими параметрами (рис.2)

$$T=f(\sigma, \omega_\sigma, R_b, R_{bt}, \dots). \quad (1)$$

При этом важно отметить качественное влияние среднего напряжения. Так, на интервале $\sigma_{3t} > \sigma > \sigma_{br}$ (σ_{3t} – прочность при трехосном равномерном растяжении, σ_{br} – предел хрупкого разрушения), где σ – преимущественно растягивающее, происходит хрупкое разрушение бетонных элементов по макротрещине отрыва, рассматриваемое в механике хрупкого разрушения (МХР) [8]. При не очень больших сжимающих напряжениях – $\sigma_m < \sigma < \sigma_{br}$ (σ_m – предел псевдопластического разрушения) разрушение становится псевдопластическим, т.е. сопровождается увеличением объема (дилатансией). Наконец, при достаточно высоких сжимающих напряжениях $\sigma < -\sigma_m$ дилатансия исчезает и происходит идеально пластическое разрушение бетона и горных пород [9]. Интервалы хрупкого, псевдопластического и пластического разрушения показаны на рис.2. По нашим оценкам для бетона $\sigma_{br} / R_b \cong -0,08$, $\sigma_m / R_b \cong -20$.

Вследствие качественного различия явлений разрушения на различных интервалах гидростатического напряжения, подходы к соответствующим расчетам прочности должны быть также различными. Так, на интервале хрупкого разрушения естественно применение МХР [8]. На этом интервале удовлетворительные результаты может давать теория максимальных нормальных напряжений. На интервале пластического разрушения применима теория идеальной пластичности. Поскольку бетон предназначен для работы в конструкциях, главным образом, на сжатие при $\sigma > -\sigma_m$, основное практическое значение для

ЖБК имеет псевдопластическое разрушение, которому поэтому уделяется большое внимание в ЭМПС.

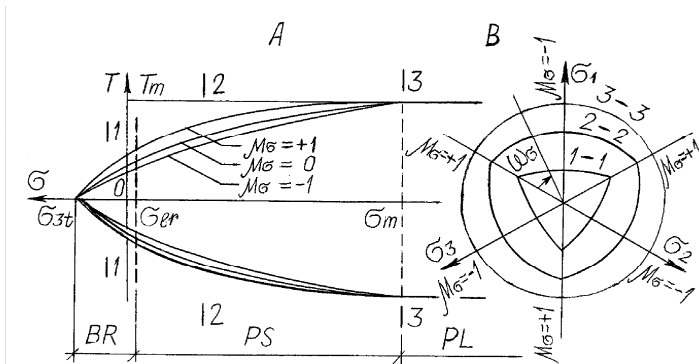


Рис.2 – Меридиональные (А) и девиаторные (В) сечения предельной поверхности бетона, BR, PS, PL- интервалы соответственно хрупкого, псевдопластического и пластического разрушения

Проявление нисходящей ветви диаграммы сжатия бетона в стадии разрушения сечений ЖБК давно стало экспериментальным фактом [10], значение которого часто не осознается. Поэтому, следуя [11], рассмотрим подробно этот феномен на простейшем примере – сжатой зоне бетона в сечении железобетонного элемента, полагая, что ее деформации ϵ_b следуют гипотезе плоских сечений (рис.3, а), а напряжения σ_b (рис.3, б) определяются диаграммой сжатия (рис.3, в) по деформациям ϵ_b . Параметр нагрузки F в сечении элемента (момент или продольная сила) связан с деформацией сжатой грани бетона ϵ_{bm} зависимостью, график которой показан на рис.3, г.

С возрастанием F в сжатой зоне бетона чередуются характерные состояния 1, 2, 3 (рис.3). При этом распределение напряжений σ_b по высоте сжатой зоны x изменяется от почти линейного 1 до криволинейного 2 с напряжением сжатой грани бетона, равным пределу прочности при осевом сжатии $\sigma_b = R_b$, и соответствующей деформацией $\epsilon_{bm} = \epsilon_R$. Однако, достижение на сжатой грани $\sigma_b = R_b$ и $\epsilon_{bm} = \epsilon_R$ не приводит к разрушению сжатой зоны бетона, так как последующее ее деформирование обуславливает в ней характерное для псевдопластических материалов перераспределение напряжений, способствующее росту сопротивления сжатой зоны бетона и всего сечения железобетонного элемента. Сущность этого перераспределения напряжений заключается в том, что последующая способность сжатой зоны бетона

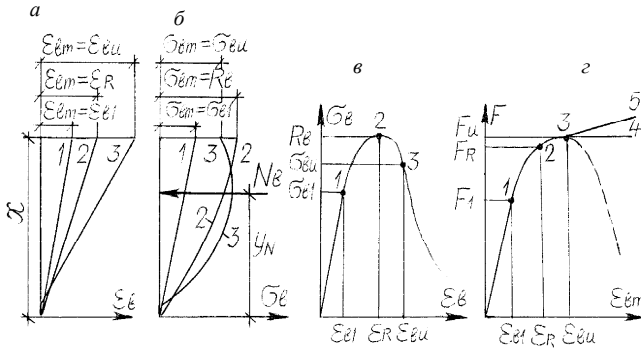


Рис.3 – Деформации (а) и напряжения (б) сжатой зоны бетона в сечении железобетонного элемента, соответствующие состояниям 1, 2, 3 на диаграмме сжатия (в) и кривой “параметр нагрузки F – деформация сжатой грани бетона ε_{bm} ” (г)

воспринимать силу N_b (рис.3, б) и всего сечения – усилие F определяется соотношением интенсивности двух конкурирующих процессов: А – разупрочнение участка сжатой зоны бетона вблизи грани элемента, пребывающего в состояниях нисходящей ветви диаграммы сжатия $\sigma_b - \varepsilon_b$, Б – догружение участка сжатой зоны бетона около нулевой линии напряжений и деформаций (рис.3, б). При этом в небольшой окрестности состояния 2 (R_b , ε_R) процесс Б опережает процесс А, обуславливая некоторый рост несущей способности сечения. Но с удалением от состояния 2 при увеличении деформации ε_b интенсивность разупрочнения бетона у грани элемента нарастает тормозя прирост прочности сечения, в результате чего на кривой $F - \varepsilon_{bm}$ достигается строгий максимум, которому соответствуют предельные F_u и деформация ε_{bu} (состояние 3 на рис.3). Дальнейшее устойчивое деформирование сечения возможно лишь при снижении усилия F , вследствие появления после состояния 3 (F_u , ε_{bu}) нисходящей ветви зависимости $F - \varepsilon_{bm}$ (пунктир на рис.3, г). Кривые $F - \varepsilon_{bm}$ с максимумом, аналогичные показанной на рис.3, г, получены в испытаниях при жестком режиме нагружения разнообразных ЖБК и их элементов, в частности [12]. Таким образом, опасное по прочности состояние 3 сечения железобетонного элемента определяется экстремальным критерием прочности

$$F_u = F(\varepsilon_{bm}) \Big|_{\varepsilon_{bm} = \varepsilon_{bu}} = \max, \quad (2)$$

позволяющим находить предельные деформацию ε_{bu} и усилие F_u , когда (2) используется в составе полной системы уравнений задач прочности [13].

Аналогичный приведенному выше анализ развития псевдопластического разрушения в наиболее деформированной (опасной) зоне произвольного бетонного элемента при сложных неоднородных НДС также позволяет выявить работу бетона в состояниях нисходящей ветви физических зависимостей, описанное выше перераспределение напряжений и экстремальный критерий прочности, который в общем случае записывается так

$$F_u = F(u_{ch}) \Big|_{u_{ch} = u_{ch,u}} = \max, \quad (3)$$

где F – параметр нагрузки в известном общем смысле; u_{ch} – характерная деформация (перемещение) рассматриваемого тела. Наличие строгого максимума у зависимости $F-u_{ch}$ является важнейшей отличительной чертой псевдопластических тел, которой не обладают идеально пластические и пластические с упрочнением тела (участки 4, 5 кривой на рис.3, з). Указанная черта, т.е. (3), существует, очевидно, благодаря наличию строгого максимума у физических зависимостей.

С учетом (3) постановка и состав уравнений задач псевдопластической прочности в простейшем случае пропорционального монотонно возрастающего нагружения при деформационных физических зависимостях, предполагающих однозначную связь между напряжениями σ_{ij} и деформациями ε_{ij} , $i, j = x, y, z$; получаются такими: для тела с заданными формой, размерами и распределением нагрузок необходимо найти предельный параметр нагрузки F_u , напряжения σ_{ij} , деформации ε_{ij} и перемещения u_i , используя известные уравнения сплошной среды – статические, геометрические, физические и критерий (3). При этом физические зависимости должны учитывать нисходящую ветвь, начало которой, т.е. точка максимума этих кривых, определяется условием прочности бетона, в частности, вида (1). Аналогичная постановка задач и решение их с учетом критерия (3) имеет место в МКЭ и МГЭ. Однако вызывает сомнения точность нисходящей ветви в используемых сейчас физических зависимостях, которая должна быть достаточной, поскольку критерий (3) связан с вычислением производных функции $F(u_{ch})$, когда особенно обостряется вопрос о точности численного дифференцирования. При этом экспериментальные исследования, например [6], показывают сложную зависимость характера нисходящей ветви физических уравнений от ряда факторов и особенно

от гидростатического напряжения, с ростом которого в области сжатия нисходящая ветвь становится менее крутой, приближающейся к параллельной оси деформаций, значения ее напряжений все меньше отклоняются от максимального. При переходе на интервал пластического разрушения, когда $\sigma \leq -\sigma_m$, нисходящая ветвь исчезает, ее заменяет участок, соответствующий состоянию идеальной пластичности.

Таким образом, в настоящее время нисходящая ветвь физических зависимостей бетона недостаточно изучена и особенно при неоднородных НДС, что обуславливает неточность используемых физических уравнений и соответствующую погрешность вычисления предельной нагрузки. Поэтому в условиях недостаточной информации о сложном поведении бетона для достижения компромисса между точностью и простотой в расчете прочности целесообразно: 1) отказаться от прослеживания за процессом развития деформаций по мере нагружения и ограничиться описанием только предельного состояния разрушения; 2) использовать простые деформационные модели бетона, компенсируя погрешность упрощенных физических зависимостей применением достаточно близких к действительности кинематических схем (механизмов) разрушения элементов. Указанная тактика реализуется в ЭМПС, следуя которой была проанализирована аппроксимация опытных кривых формоизменения Т-Г (Г – интенсивность деформаций сдвига) и объемной деформации $\sigma - \varepsilon$ (ε – объемная деформация) трехзвенными кусочно-прямыми диаграммами, включающими начальный восходящий участок упругой работы, площадку условной текучести (ПУТ) и нисходящий прямолинейный участок (рис.4, а, б). При этом ПУТ проводилась через максимум М криволинейных графиков так, чтобы ее начальная и конечная точки Н и К отклонялись от кривой на 5%. Протяженность ПУТ получилась соизмеримой с деформацией для максимума кривых и уменьшалась с увеличением прочности бетона.

Возможность приближения участка кривых физических зависимостей, расположенного в окрестности их максимума, площадкой условной текучести подталкивает к использованию предпосылки идеальной пластичности и простой модели жестко-пластического тела для расчета предельной нагрузки бетонных элементов при сложных НДС. Однако, при этом возникают возражения вследствие: 1) ограниченности длины ПУТ; 2) соизмеримости упругих и неупругих деформаций на длине ПУТ; 3) возможности превышения предельной нагрузки в связи с превышением напряжения ПУТ, равного максимальному, над средним действительным напряжением в опасной зоне бетонных эле-

ментов (см. выше).

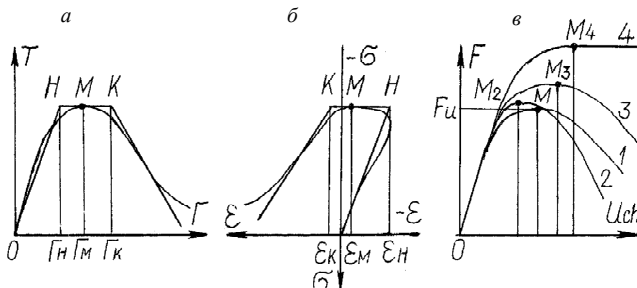


Рис.4 – Трехзвенная кусочно-линейная аппроксимация зависимости формоизменения (а) и объемной деформации (б) и соответствующие кривые $F-U_{ch}$ (в) при увеличении от нуля до бесконечности (кривые 2-4) расстояния конечной точки К ПУТ от максимума М действительной кривой 1

Применение теории идеальной пластичности к расчету предельной нагрузки очень привлекательно вследствие ее сравнительной простоты и разработанности соответствующих методов расчета. На первый взгляд может показаться даже абсурдной попытка приложить к бетону свойство идеальной пластичности. Тем не менее, достаточно многочисленные экспериментальные данные, в частности [14-18], подтверждают такую возможность для широкого круга бетонных и железобетонных конструкций и их элементов. Также очевидно, что эта возможность ограничена, но к настоящему времени нет последовательного обоснования условий применимости к бетону предпосылки идеальной пластичности, что сдерживает распространение в практике соответствующих простых по сравнению с МКЭ и МГЭ расчетов прочности.

Отметим положения теории идеальной пластичности и ее простейшей модели жестко-пластического тела, важные с точки зрения применимости их к бетону для расчета прочности при сложных неравномерных НДС:

1) наступлению предельного пластического состояния тела предшествует развитие пластических деформаций в его опасной – наиболее деформированной и напряженной – области, полностью пересекающей тело и разделяющей его на части; наступление пластического состояния определяется условием пластичности как связи между предельными напряжениями вида (1), которое достигается в области пластических деформаций, полностью пересекающей тело;

2) в состоянии пластического разрушения (предельного пластиче-

ского состояния) тело представляет собой кинематический механизм, включающий части, разделенные локальной областью пластических деформаций и взаимно перемещающиеся как жесткие диски за счет локализованных пластических деформаций;

3) развитие пластических деформаций в опасной зоне тела до момента достижения предельной нагрузки происходит на некотором, практически конечном, интервале их величины, длина которого $\Delta \varepsilon_{p,e}$ различна и зависит от специфики задачи, обусловленной геометрической формой тела, граничными условиями и другими условиями, сдерживающими или поощряющими развитие пластических деформаций.

Ограниченная длина ПУТ выражает ограниченную способность бетона к пластическим деформациям и переход его в состояния разрупрочнения. Вследствие этих свойств, бетону несвойственно в полной мере одно из указанных выше проявлений идеальной пластичности – достижение предельных напряжений (1) на всей, полностью пересекающей тело, опасной зоне, так как часть последней в момент достижения псевдопластического разрушения может оставаться в допредельных состояниях, а часть переходит в запредельные состояния разрупрочнения (см. выше). Отмеченное различие поведения в предельных неравномерных НДС идеально пластических и псевдопластических тел приводит для последних к завышению предельной нагрузки, рассчитанной по теории идеальной пластичности. Так, если в кусочно-линейной аппроксимации физических зависимостей бетона (рис.4, а, б) увеличивать длину ПУТ, то соответствующие кривые “параметр нагрузки F – характерная деформация u_{ch} ” будут отклоняться от действительной кривой 1 (рис.4, б) в сторону завышения предельной нагрузки, поскольку с увеличением протяженности ПУТ область разрушения тела чрезмерно наполняется предельными напряжениями, определяемыми (1). Особенно большое отклонение имеет место при хрупком разрушении в смысле МХР, когда предельное состояние достигается у конца микротрещины отрыва в достаточно малой локальной области, вне которой тело работает упруго во всей опасной зоне тела и предпосылка идеальной пластичности теряет смысл.

Тем не менее существует класс бетонных конструкций и элементов, для расчета прочности которых может применяться предпосылка идеальной пластичности и модель жестко-пластического тела. У таких конструкций и элементов требуемый к моменту достижения предельной нагрузки конечный интервал развития необратимых деформаций $\Delta \varepsilon_{p,e}$ меньше, равен или хотя бы близок к длине ПУТ $\Delta \varepsilon_{p,b}$. Этот

класс бетонных конструкций и элементов обнаруживает себя в экспериментах формированием кинематического механизма, который как раз свидетельствует о близости модели жестко-пластического тела и необходимой при этом свободе развития необратимых деформаций [19], что является важным признаком рассматриваемого в ЭМПС класса бетонных конструкций и элементов. Кинематические механизмы в стадии разрушения стержневых, плитных и оболочечных ЖБК хорошо известны. Для трехмерных (массивных) элементов из бетона и каменной кладки кинематические механизмы также четко наблюдаются и они отмечались во многих экспериментах при разнообразных НДС, например, в [15-18]. Схемы кинематических механизмов (разрушения) для некоторых групп бетонных элементов с характерными НДС показаны на рис.1.

Развитие кинематических механизмов в псевдопластических телах часто связано с формированием слоя локализации необратимых деформаций (СЛНД), называемого также поверхностью разрушения, поверхностью сдвига, слоем сдвиговой локализации деформаций, сдвиговой зоной [20]. Упоминание сдвига в некоторых названиях СЛНД обусловлено четко видимым взаимным сдвигом частей тела, разделенных СЛНД, который хорошо известен в механике горных пород и геологии, где выявлена сложная структура этих образований, возникающих в результате развития систем разно ориентированных сдвигов и отрыва [20]. Важнейшее значение СЛНД заключается в том, что они служат обоснованием для использования поверхностей разрыва скоростей, известных в теории пластичности и позволяющих сравнительно просто получать решения задач прочности [19, 21]. Существенным фактом является теоретическое обоснование [20] процесса локализации деформаций в средах, обладающих дилатансией и внутренним трением, какими являются горные породы и бетон. Поэтому применение поверхностей разрыва скоростей в кинематических схемах разрушения бетонных элементов (рис.1) имеет как экспериментальное, так и теоретическое обоснование.

Важное для энергетики кинематических механизмов обстоятельство заключается в том, что необратимые деформации сосредоточены в СЛНД, а упругие – в разделенных СЛНД частях, являющихся не абсолютно жесткими, а скорее упругими, в которых накоплена сравнительно большая энергия упругих деформаций. В процессе деформирования кинематического механизма в пределах длины ПУТ внешние силы совершают работу на необратимых деформациях более податливого СЛНД, а в более жестких упругих частях деформации остаются примерно постоянными, сохраняя практически неизменной накоплен-

ную упругую энергию. Поэтому в рамках применимости ПУТ упругие деформации частей кинематического механизма, хотя и являются соизмеримыми с неупругими, не проявляют значительное влияние на сопротивление тела нагрузке, которое почти полностью определяется сопротивлением СЛНД и происходящей в нем диссипацией энергии внешних сил. В результате оказывается применимой модель жестко-пластического тела, несмотря на соизмеримость упругих и неупругих деформаций.

В элементах со свободным развитием неупругих областей размеры последних определяются состоянием разрушения, они заранее неизвестны и находятся из расчета предельной нагрузки. В таких условиях некоторое превышение принимаемых на ПУТ максимальных предельных напряжений над средними действительными напряжениями в зоне разрушения элемента будет в значительной мере компенсироваться уменьшением размеров неупругих областей и предельная нагрузка не будет существенно завышенной. Аналогичная ситуация имеет место, например, в расчете прочности нормальных сечений ЖБЭ по прямоугольной эпюре напряжений в сжатой зоне бетона, где прямоугольная эпюра завышает напряжение по сравнению со средним напряжением действительной криволинейной эпюры, но зато высота ее получается значительно меньше высоты криволинейной эпюры, что приводит к удовлетворительной точности расчета предельного усилия сечения ЖБЭ по прямоугольной эпюре.

Следует обратить особое внимание на то, что характерная для неоднородных НДС связанность (совместность) деформирования различных участков области разрушения элемента ограничивает произвольный рост наибольших деформаций и тем самым обуславливает естественное жесткое нагружение наиболее деформированных и наименее прочных и разупрочняющихся участков, сдерживая их разрушение за счет перераспределения напряжений на более прочные или менее нагруженные участки. В результате приближается возможность одновременного достижения уровней ПУТ на всех разнонапряженных и разноточных участках области разрушения элемента и улучшаются условия применимости модели идеальнопластического тела. Отмеченное влияние связанности (совместности) деформирования разных участков области разрушения элемента особенно значительно и благоприятно для применимости предпосылки идеальной пластичности при сжимающем среднем напряжении. Напротив, наличие растянутого участка в области разрушения исключает применение указанной предпосылки, если уровень напряжений в нем выше, чем на сжатом участке, и происходит хрупкое разрушение по растянутой зоне.

Изложенное выше позволяет сформулировать простые качественные условия применимости к бетону предпосылки идеальной пластичности, основанные на оценке близости одновременного достижения ПУТ во всей опасной области элемента, для которой надо предварительно выяснить характер НДС и убедиться в обеспеченности свободного развития необратимых деформаций и возможности формирования в рассматриваемом элементе кинематического механизма. При этом возможны следующие случаи:

1) наиболее напряженная область элемента испытывает только растяжение – предпосылка идеальной пластичности неприменима;

2) наиболее напряженная область элемента включает участки растяжения и сжатия, здесь возможны два варианта: 2.1) уровень напряжений в растянутом участке выше уровня напряжений в сжатом – предпосылка идеальной пластичности неприменима; 2.2) уровень напряжений в растянутом участке ниже уровня напряжений в сжатом – предпосылка идеальной пластичности применима;

3) наиболее напряженная область элемента испытывает только сжатие – предпосылка идеальной пластичности применима.

Для иллюстрации приведенных выше условий применимости предпосылки идеальной пластичности рассмотрим два характерных примера бетонных элементов (рис.5).

В бетонной балке на участке чистого изгиба (рис.5, а), как показывают наблюдения, постепенно подрастает вначале устойчивая трещина отрыва, которая, достигнув определенной критической длины l , мгновенно распространяется, вызывая хрупкое разрушение балки. При этом уровень напряжения в растянутой зоне 1 всегда выше, чем в сжатой зоне 2. Здесь одновременность предельного состояния растянутой и сжатой зон сечения невозможна, предпосылка идеальной пластичности неприменима к сечению бетонной балки. В образце А.А.Гвоздева для испытания бетона на срез (рис.5, б) вблизи входящих углов на участках 1-2 и 1'-2' происходит концентрация сжимающих напряжений, а в средней части сечения 1-2 2'-1' располагается участок растяжения 2-2'. В сжатых участках 1-2 и 1'-2' уровень напряжений вследствие концентрации напряжений опережает уровень напряжений в растянутой зоне 2-2'. Поэтому предельное состояние достигается раньше в сжатых участках 1-2 и 1'-2', после чего предельное состояние наступает в растянутом участке 2-2'. В результате здесь в течение малого промежутка времени (мгновения) одновременно существует предельное состояние во всем сечении 1-2 2'-1', полностью пересекающем элемент. В данном случае предпосылка идеальной пластичности применима и соответствующий расчет прочности приводит к хорошей сходимости теоретиче-

ской предельной нагрузки с опытной [16], несмотря на внешне хрупкий (внезапный) характер разрушения. Как видно, рассмотренные элементы поучительны тем, что показывают: 1) внешне хрупкое разрушение не является свидетельством неприменимости теории идеальной пластичности, 2) хрупкое разрушение следует понимать как соответствующее положениям МХР [8].

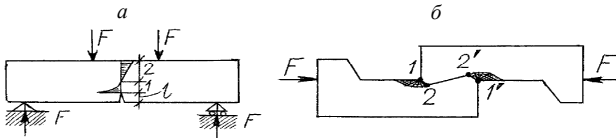


Рис.5 – Бетонная балка с критической трещиной l (а) и образец А.А.Гвоздева для испытания бетона на срез (б)

ЭМПС: Практические аспекты, совершенствование

После выяснения применимости к рассматриваемому элементу теории идеальной пластичности приступают к процедуре расчета его предельной нагрузки. Основные положения теории идеальной пластичности хорошо известны и включают [19-21]: 1) условие (функцию) пластичности (текучести), в качестве которого для бетона обычно принимается условие прочности, соответствующее максимуму физических уравнений; 2) ассоциированный закон течения, связывающий посредством условия текучести скорости необратимых деформаций ξ_{ij}^p с напряжениями σ_{ij} . Простейшим условием прочности бетона является условие Баландина-Гениева [22]

$$F(\sigma_{ij}) = T^2 + m\sigma - T_{sh}^2 = 0. \quad (4)$$

Здесь

$$m = R_b - R_{bt}, \quad T_{sh}^2 = R_b R_{bt} / 3, \quad (5)$$

где R_b, R_{bt} – прочность бетона при осевом соответственно сжатию и растяжению. Но условие (4) завышает прочность бетона при двухосном сжатию и сжатию-растяжению. Оно не описывает переход бетона в состояние действительной пластичности при высоком гидростатическом сжатию $\sigma \leq -\sigma_m$ (см. выше), а его девиаторным сечением является окружность, которая не согласуется с экспериментами. Недостатки известных условий прочности бетона, включая (4), преодолеваются в предлагаемом усовершенствованном условии прочности (рис.2)

$$T \cos[(\omega_\sigma - \pi/3)\lambda(\sigma)] - T_m \sin\left(\frac{\sigma_{3t} - \sigma}{\sigma_{3t} - \sigma_m} \cdot \frac{\pi}{2}\right) = 0 \quad (6)$$

при $\sigma \geq -\sigma_m$,

$$T - T_m = 0 \quad (7)$$

при $\sigma \leq -\sigma_m$, функция

$$\lambda(\sigma) = [(\sigma + \sigma_m)/(\sigma_{3t} + \sigma_m)]^4 = 1 \dots 0 \quad (8)$$

при $\sigma_{3t} \geq \sigma \geq -\sigma_m$ обеспечивает постепенное изменение формы девиаторного сечения предельной поверхности от равносторонней треугольной при $\sigma = \sigma_{3t}$ до круглой при $\sigma = -\sigma_m$, так что в интервале $(\sigma_{3t}, -\sigma_m)$ девиаторное сечение имеет контур равностороннего криволинейного треугольника с увеличивающейся кривизной сторон и приближающегося к окружности, когда $\sigma \rightarrow -\sigma_m$. Поверхность (6) является сингулярной, она имеет три ребра при $\omega_\sigma = 0$ на интервале $\sigma_{3t} \geq \sigma \geq -\sigma_m$ (рис.2). Из трех параметров σ_m , T_m , σ_{3t} условия (6) данные о σ_m и T_m были получены для различных горных пород и бетонов по опытным кривым прочности $\sigma - T$ [23]. Отношение σ_m / T_m оказалось весьма стабильным и близким к 2. Для бетона получена оценка $\sigma_m \cong 20 R_b$. Применяя (6) к состояниям осевых сжатия и растяжения, а также двухосного равномерного сжатия, приняв для прочности последнего $\sigma_{2c} = 1,2 R_b$, можно получить относительные параметры σ_m / R_b , T_m / R_b , σ_{3t} / R_b в зависимости от величины $\chi = R_{bt} / R_b$ (таблица). При этом отношение σ_m / T_m также оказалось близким к 2 для значений $\chi = 0,14 \dots 0,04$, соответствующих бетонам в диапазоне прочности $R_b = 10 \dots 100$ МПа.

$\chi = \frac{R_{bt}}{R_b}$	0,20	0,18	0,16	0,14	0,12	0,10	0,08	0,06	0,04	0,02
σ_m / R_b	10,93	11,70	12,67	13,92	15,60	17,97	21,55	27,59	39,93	78,98
T_m / R_b	4,741	5,194	5,756	6,474	7,426	8,756	10,75	14,10	20,90	42,37
σ_m / T_m	2,305	2,253	2,201	2,150	2,101	2,052	2,005	1,957	1,910	1,864
σ_{3t} / R_b	0,240	0,212	0,185	0,159	0,134	0,109	0,086	0,063	0,041	0,0203

Согласно этой таблице, прочность бетона при трехосном равномерном растяжении σ_{3t} близка к R_{bt} , что согласуется с известными представлениями о величине σ_{3t} материалов в хрупком состоянии. Таким образом, эта таблица позволяет находить параметры σ_m , T_m , σ_{3t} , условия прочности бетона (6) по нормируемым СНиП величинам R_b и R_{bt} . Следует отметить, что условие (6) больше подходит для опи-

сания псевдопластической прочности, а по отношению к хрупкому разрушению является некоторым приближением. Проверка условия (6) показала хорошее согласование теоретической прочности с опытной при различных видах НДС бетона.

Проведена оценка границы σ_{br} между случаями хрупкого и псевдопластического разрушения, полагая достаточно точным для хрупкого разрушения критерий наибольших нормальных напряжений, используя который совместно с (6) была найдена величина σ_{br} (рис.1). Если для $\chi=0,1$ принять из приведенной выше таблицы округленно $\sigma_{3t} = 0,11R_b$, $\sigma_m = 18R_b$, $T_m = 9 R_b$, то при $\omega_\sigma = \pi/3$ получим $\sigma_{br}/R_b = -0,0815$.

Ассоциированный закон течения (закон ортогональности) является следствием свойства идеальной пластичности. При условиях пластичности (4) и (6) закон ортогональности отображает важнейшие свойства бетона в предельном состоянии – неупругие дилатансию и формоизменение. Он приводит к зависимостям скорости необратимой деформации объема ξ и интенсивности скоростей необратимой деформации сдвига H как функциям гидростатического давления σ и интенсивности касательных напряжений T , а в случае применения (6) – и от угла вида НДС ω_σ . При условии пластичности (4) получается

$$\xi = \lambda m, \quad H = 2 \lambda T, \quad T = \left(T_{sh}^2 - m \sigma \right)^{1/2}, \quad (9)$$

где λ – неопределенный множитель.

Для расчета предельной нагрузки в случае плоских задач достаточно простым является метод характеристик [19, 21, 22], детально рассмотренный в [22] для условия пластичности (4). Поля характеристических линий схематически показаны на рис.1 для части представленных там элементов. Но универсальным и весьма простым оказывается вариационный метод расчета предельной нагрузки [21], особенно при использовании функций скоростей с разрывами на определенной поверхности S_ℓ , в объеме V рассматриваемого тела. Разрывы допускаются как в касательном t , так и в нормальном n направлениях к S_ℓ , вследствие объемной деформируемости бетона. Расчет связан с анализом минимума функционала I вариационного принципа виртуальных скоростей v_i^* [21]. Функционал I просто вычисляется при условии пластичности (4) и с учетом (9) в общем случае динамических задач записывается так [24]:

для трехосных НДС

$$I = \int_{S_\ell} \left\{ m[B^2 + 0,25(\Delta v'_t / \Delta v'_n)^2] \Delta v'_n + \rho(\Delta v'_n v'_n v'_n + \Delta v'_t v'_n v'_t) \right\} dS, \quad (10)$$

для двухосных НДС

$$I = \int_{S_\ell} \left\{ m \left[2B(1 + 0,25(\Delta v'_t / \Delta v'_n)^2)^{0,5} - 1 \right] \Delta v'_n + \rho(\Delta v'_n v'_n v'_n + \Delta v'_t v'_n v'_t) \right\} dS, \quad (11)$$

где $B^2 = 1/3 + (T_{sh}/m)^2$; ρ – плотность бетона; $\Delta v'_t, \Delta v'_n$ – скачки (разрывы) на поверхности S_ℓ соответственно касательной и нормальной компонент скорости; v'_t, v'_n – средние компоненты скорости между их значениями на обеих сторонах поверхности S_ℓ в некоторой ее точке.

Для учета влияния армирования на прочность ЖБЭ функционалы (10) и (11) дополняются специальным слагаемым I_s , учитывающим работу внутренних сил арматуры в месте пересечения поверхности S_ℓ . Слагаемое I_s оказывается также выраженным через разрывы компонент скорости $\Delta v'_t$ и $\Delta v'_n$.

Процедура расчета предельной нагрузки включает:

1) выбор формы поверхности разрыва скоростей S_ℓ , т.е. выбор кинематического механизма разрушения рассматриваемого элемента – на основании опыта и интуиции (рис.1);

2) составление функционала (10) или (11) для выбранного кинематического механизма и получение из условия $I = 0$ выражения параметра нагрузки F через неизвестные геометрические параметры G_k , $k = 1, 2, \dots, m$, поверхности разрушения S_ℓ и соотношения скоростей $k_\ell = v_i / v_j$, $\ell = 1, 2, \dots, n$, частей $i, j = 1, 2, \dots, p$, элемента, разделенных этой поверхностью;

3) определение неизвестных параметров G_k и k_ℓ из условия минимума параметра нагрузки $F(G_k, k_\ell) = \min$;

4) вычисление предельного параметра нагрузки F_k по найденным G_k и k_ℓ .

Например, в плоской задаче о двухстороннем смятии-раскалывании бетонной пластины кинематический механизм разрушения включает (рис.6, а) две сближающиеся со скоростями v_2 и $-v_2$ равно-сторонне-треугольные части 2 с углом γ между осью u и равными сторонами и две части 1, взаимно удаляющиеся со скоростями v_1 и $-v_1$. Искомыми являются параметры $\tan \gamma$ и $k = v_1 / v_2$, находимые из условия минимума предельного напряжения смятия

$$R_{cr}/m = \left\{ 2B \left[(k - tg \gamma)^2 + 0,25(k tg \gamma - 1)^2 \right]^{1/2} - (k - tg \gamma) \right\} \times \\ \times (1/tg \gamma) + (R_{bt}k/m)(\alpha tg \gamma - 1)/tg \gamma, \quad (12)$$

где $\alpha = h/\ell_{cr}$, h , ℓ_{cr} показаны на рис.6, а. Кривые прочности (12) получаются близкими к опытным точкам [15] (рис.6, б).

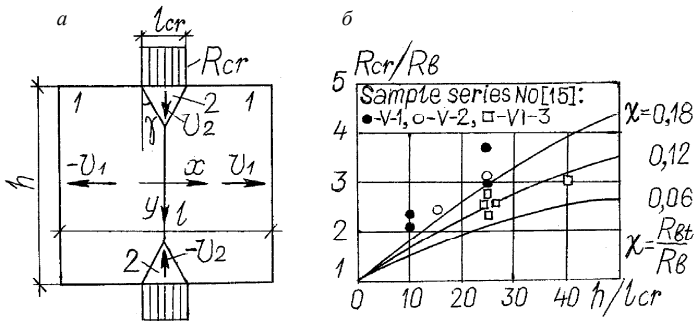


Рис.6 – Схема разрушения бетонной пластины при двухстороннем смятии (а) и сопоставление теоретических кривых (12) с опытными точками (б)

Приведенный пример иллюстрирует преимущества предлагаемого метода: сравнительную простоту, ясность и наглядность, упрощающие усвоение его проектировщиками и студентами, использование простых известных оптимизационных программ, приемлемую точность. Метод достаточно универсален, он позволяет находить предельную нагрузку при плоских и пространственных НДС, дает возможность решать не только статические, но и динамические задачи. Изложенный вариационный метод решения задач прочности представляет собой развитие кинематического метода теории предельного равновесия [25] для массивных бетонных и железобетонных конструкций и элементов. Этот метод можно рассматривать как МКЭ, использующий суперэлементы, естественно формирующиеся в процессе развития предельного состояния, геометрические и кинематические параметры которых находятся из расчета прочности.

Сравнение теоретической прочности с экспериментальной

Критерий полноты экспериментальной проверки рассматривался как основной при анализе применимости ЭМПС к расчету предельной нагрузки. Поэтому для проверки ЭМПС был привлечен достаточно широкий круг элементов с разнообразными НДС. С этой целью иссле-

довались элементы групп (рис.1) “сдвиг” [16,17], “смятие-раскалывание” и “продавливание” [15], “косвенная арматура”, включавшая трубобетонные элементы [18] и др. Получены следующие усредненные показатели – среднее отношение M теоретической предельной нагрузки F^{calc} к опытной F^{test} и коэффициент вариации ν этого отношения для элементов групп: 1) “сдвиг” – $M = 1,008$, $\nu = 12,71\%$; 2) “смятие-раскалывание” – $M = 0,995$, $\nu = 11,52\%$; 3) “продавливание” – $M = 0,990$, $\nu = 8,0\%$; 4) “косвенная арматура” – $M = 1,080$, $\nu = 4,625\%$. Приведенные показатели свидетельствуют, что ЭМПС, несмотря на значительную простоту по сравнению с МКЭ, обеспечивает вполне приемлемую для практики точность определения предельной нагрузки бетонных и железобетонных элементов при сложных неоднородных НДС.

1.Nagtegaal J.C., Parks D.M., Rice J.R. On Numerically Accurate Finite Element Solution in the Fully Plastic Range/Comp. Meth. Appl. Mech. Engng. – 1974. – №4. – pp153 – 177.

2.Telles J.C.F. The Boundary Element Method Applied to Inelastic Problems. – Berlin – Heidelberg –New York – Tokyo: Springer – Verlag, 1983.

3.Метод конечных элементов в статике сооружений: Пер. с польск. / Я.Шмельтер, М.Дацко, С.Доброчинский, М.Вечорек. – М.: Стройиздат, 1986. – 220 с.

4.Jagd L.K. Non-linear FEM Analysis of 2D Concrete Structures. Technical University of Denmark. – Series R, No 31. – 1997. – 202p.

5.Perehudov F.I., Tarasenko F.P. Introduction to System Analysis. – Moscow: Higher School, 1989. – 367p.

6.Ansari F. Stress – Strain Response and Failure Surface of High Strength Concrete Under Generalized State of Stress. Innovations and Developments in Concrete Materials and Construction. Proc. of the Int. Conf. held at the Univ. of Dundee, Sc., UK, 9-10 Sept.2002, pp.781-794.

7.Goodman R.E. Introduction to Rock Mechanics. – John Wiley & Sons, 1980.

8.Hellan K. Introduction to Fracture Mechanics. – McGraw – Hill Book Company, 1984.

9.Николаевский В.Н. Механика пористых и трещиноватых сред. – М.: Недра, 1984. – 232 с.

10.Hognestad E., Hanson N.W., McHenry D. Concrete Stress Distribution in Ultimate Strength Design // ACI Journal. – 1955. – №4.

11.Митрофанов В.П., Арцев С.И. Предельная сжимаемость бетона нормальных сечений железобетонных элементов // Проблеми теорії і практики залізобетону: Зб. наук. ст. – Полтава: Полт. держ. техн. ун-т, 1997. – С.333-337.

12.Rashid M.A., Mansur M.A., Paramasivam P. Effect of Reinforcement Ratios on Flexural Behavior of High Streugth Concrete Beams. 5-th Int. Symp. on Utilization of HS / HP Concrete, 20-24 June 1999, Sandeffjord, Norway. – Proc., Vol.1. – pp. 578-587.

13.Митрофанов В.П. Практическое применение деформационной модели с экстремальным критерием прочности железобетонных элементов // Коммунальное хозяйство городов: Науч.-техн. сб. Вып.60. – К.: Техніка, 2004. – С.29-48.

14.Nielsen M.P., Braestrup M.W., Jensen B.C., Bach F. Concrete Plasticity: Beam Shear, Shear in Joints, Punching Shear. – Copenhagen: Techn. Univ. of Denmark, Okt.1978. –

129 р.

15.Довженко О.О. Міцність бетонних та залізобетонних елементів при місцевому прикладанні стискуючого навантаження: Автореф. дис....канд. техн. наук. – Полтава: Полт. ИСИ, 1993. – 20 с.

16.Погрібний В.В. Міцність бетонних та залізобетонних елементів при зрізі: Автореф. дис....канд. техн. наук. – Полтава: ПДТУ ім. Ю.Кондратюка, 2001. – 19 с.

17.Mitrofanov V.P. Investigation of destruction zone resistance of HSC of Beams under shear forces action. Proc. of 5-th Int. Symp. on Utilization of HS / HP Concrete, 20-24 June 1999, Sandefjord, Norway. – Vol.1. – pp 461-468.

18.Митрофанов В.П., Онипенко Д.К. Експериментальна перевірка варіаційного методу розрахунку міцності стиснутих і зігнутих трубобетонних елементів // Будівельні конструкції. Вип.50. – К.: НДІ БК, 1999. – С.172-176.

19.Качанов Л.М. Основы теории пластичности. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Наука, 1969. – 420 с.

20.Rice J. The Mechanics of Earthquake Rupture. – Amsterdam: North-Holland Publ. Comp., 1980.

21.Колмогоров В.Л. Механика обработки металлов давлением. – М.: Металлургия, 1986. – 688 с.

22.Гениев Г.А., Киссюк В.Н., Тюпин Г.А. Теория пластичности бетона и железобетона. – М: Стройиздат, 1974. – 316 с.

23.Ставрогин А.Н., Протосеня А.Г. Пластичность горных пород. – М.: Недра, 1970. – 301 с.

24. Митрофанов В.П. Вариационный метод в теории идеальной пластичности бетона // Строительная механика и расчет сооружений. – 1990. – №6. – С.23-28.

25.Гвоздев А.А. Расчет несущей способности конструкций по методу предельного равновесия. – М.: Стройиздат, 1949. – 280 с.

Получено 24.03.2006

УДК 543.082

Ю.В.ГЛАЗУНОВ, канд. техн. наук

Украинская государственная академия железнодорожного транспорта, г.Харьков

ВЛИЯНИЕ СЛОЖНЫХ НАПРЯЖЕННЫХ СОСТОЯНИЙ НА ПРОЧНОСТЬ И ДЕФОРМАТИВНОСТЬ БЕТОНА В СТАЛЕБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЯХ

Приводятся результаты теоретических и экспериментальных исследований прочности и деформации бетона в конструкциях под нагрузкой, рассматриваются особенности работы конструкций, выполненных из сталебетона, под влиянием сложных напряженных состояний, а также способы расчета сталебетонных конструкций.

Сложные напряженные состояния учитывают в расчетах не только плоскостных (плит перекрытия) и объемных конструкций (фундаментных блоков), но и стержневых сталебетонных конструкций (колонн), работающих как на поперечный изгиб и кручение с изгибом, так и на кручение с растяжением (сжатием). Такие напряженные состояния необходимо учитывать при расчете конструкций на действие главных растягивающих и сжимающих напряжений, напряжений от дейст-